COMPARAISON DES DONNEES DE TREMPE, DETERMINEES A L'AIDE D'UNE METHODE NUMERIQUE, A CELLES DU REGIME PERMANENT

GÉRARD BECK

et JEAN-CHARLES CHEVRIER

Institut National Polytechnique de Nancy, France. Laboratoire de Métallurgie de l'Ecole Nationale Supérieure de la Métallurgie et de l'Industrie des Mines, associé au C.N.R.S., Parc de Saurupt, Nancy.

(Reçu le 12 Février 1971)

Résumé—Nous utilisons une méthode d'intégration aux différences finies de l'équation de la chaleur pour déterminer les grandeurs caractéristiques du transfert de chaleur par trempe d'une éprouvette dans l'eau, Cette méthode, qui suppose la température de la surface uniforme, introduit dans les résultats des anomalies grâce auxquelles, on peut mettre en évidence l'anisothermie de la surface. L'étude des facteurs qui déterminent cette anisothermie permet de la contrôler et de montrer que les données expérimentales de trempe se rapprochent d'autant plus de celles du régime permanent que l'anisothermie est plus faible.

NOTATIONS

с,	chaleur massique	
h,	coefficient de transfert de la chaleur;	
Н,	pas d'itération;	
<i>K</i> ,	nombre d'intervalles Δt ;	
L,	nombre d'intervalles Δx ;]
М,	nombre total de tranches de temps	
Ν,	nombre total de tranches d'espace	
<i>r</i> ,	distance à l'axe d'un point quel-	,
	conque de l'éprouvette;	
R ,	rayon de l'éprouvette;	
<i>t</i> ,	temps;	
α,	diffusivité thermique;	
λ,	conductivité thermique;	
$\theta_{c}-\theta_{s}$,	températures du centre et de la	
	surface de l'éprouvette ;	
$\theta_{(K, L)},$	température de point Là l'instant	
	K ;	
θ_L ,	température du liquide;	
θ_o ,	température initiale de l'éprouvette ;	
ρ,	masse volumique;	
$dx \cdot dt$,	accroissements infiniment petits des	
	variables espace et temps:	

 $\Delta x \cdot \Delta t$, accroissements finis des variables espace et temps; φ/S , densité du flux de chaleur.

INTRODUCTION

Pour étudier la vaporisation d'un liquide sur une surface chaude et, plus précisément, pour déterminer les températures limites d'existence de chacun des modes de vaporisation et les coefficients de transfert correspondants, on peut faire appel à deux sortes d'expériences. Les premières mesures de Nukiyama, comme celles de la plupart des auteurs, ont été effectuées en régime permanent. Mais si l'on veut parcourir un domaine étendu de températures, ou encore étudier des régimes dans lesquels la densité d'énergie est très élevée, il se pose des problèmes expérimentaux difficiles à résoudre, le "burnout" par exemple. Il est alors intéressant de faire appel à des méthodes de régime variable comme la trempe qui ont l'avantage de ne nécessiter qu'un appareillage simplifié et de permettre des expériences de faible durée. C'est

au niveau de l'interprétation des résultats expérimentaux qu'apparaissent des difficultés: on est amené à faire des hypothèses simplificatrices, parfois non justificiables, ou à introduire un nombre important de facteurs supplémentaires qui n'apparaissent pas toujours de façon évidente. En effet, les valeurs numériques relevées pour les grandeurs caractéristiques du transfert de chaleur sont différentes de celles que l'on connaît grâce aux expériences antérieures en régime permanent. Ce fait fut bien mis en évidence par Bradfield [1], par Bergles et Thomson [2] et par Beurtheret [3]. Pour expliquer ces différences, il faut faire intervenir des facteurs caractéristiques du régime variable parmi lesquels nous montrerons que l'anisothermie de la surface de l'éprouvette joue un rôle primordial.

Toutefois, on ne peut déterminer par une mesure directe la température d'une surface qui se refroidit très rapidement. Il est donc difficile de tracer, en régime de trempe, une courbe $\log \varphi/S = f (\log \theta_s)$ qui correspond à celle qu'a tracée Nukiyama pour le régime permanent. Il faut, en plus, tenir compte du fait que, par suite de l'anisothermie, la température de la surface dépend aussi de la position du point de mesure. En fait, on doit écrire : $\theta_s = f(t, x)$. Nous allons, dans une première étape, considérer le refroidissement de l'éprouvette en négligeant l'anisothermie de sa surface puis, en faisant intervenir cette dernière, nous montrerons que les résultats de trempe se rapprochent plus qu'on ne pourrait le penser de ceux du régime permanent.

Notons enfin que la détermination, à partir d'une expérience de trempe, des grandeurs caractéristiques du transfert de chaleur nécessite, lors du dépouillement des résultats expérimentaux, l'utilisation d'une méthode de calcul puissante. Les méthodes numériques sont alors particulièrement intéressantes.

I. MÉTHODE EXPÉRIMENTALE

La méthode mise en oeuvre assure à la fois une bonne reproductibilité des résultats et une certaine simplicité qui permet de multiplier les expériences.

L'éprouvette est placée verticalement au centre d'un four qui la porte à la température désirée. Elle est fixée à un tube en nickel de 2 mm de diamètrie, dont la capacité calorifique, très réduite, ne modifie pas de faç on mesurable la loi de refroidissement. Le tube en nickel est supporté par un tube en acier qui est fixe. C'est l'ensemble four-bac de trempe que l'on déplace de bas en haut à une vitesse constante. La substitution du four au bac se fait en 0,5 s.

Les avantages de ce dispositif résident dans la possibilité d'immerger l'éprouvette avec une vitesse et à une profondeur constantes sans qu'elle ne subisse de vibrations. La quantité du liquide contenue dans le bac est maintenue constante. La Fig. 1 représente l'ensemble de l'appareil.

La mesure de la température au centre de l'éprouvette se fait à l'aide d'un thermocouple



FIG. 1. Schéma simplifié du système de trempe.

chromel-alumel constitué de fils de 0,32 mm de diamètre. La soudure du couple est logée au fond d'un puits de 1 mm de diamètre, foré le long de l'axe du cylindre. Un enregistreur galvanométrique Y-t permet le relevé des variations de la f.e.m.

Toutes les expériences ont été effectuées à l'aide d'une éprouvette de forme cylindrique pour que son usinage ne pose pas de problèmes de reproductibilité et que sa géométrie soit compatible à l'une des formes de l'équation indéfinie de la chaleur. Pour éviter que le point de mesure des températures, toujours situé au centre de symétrie de l'éprouvette, ne subisse une influence trop grande des conditions particulières de refroidissement des deux faces planes du cylindre, le rapport hauteur/diamètre est toujours égal à trois, le diamètre allant de 10 à 30 mm.

La plupart des essais ont été effectués à l'aide d'éprouvettes en nickel, car ce métal ne présente pas de transformation décelable par analyse thermique entre 20 et 900°C. Grâce à l'oxyde NiO, l'éprouvette possède une surface de propriétés thermophysiques parfaitement stables et bien reproductibles: il suffit pour cela de la polir et de la chauffer à l'air à 850°C. Tout contact susceptible de modifier ces propriétés superficielles, comme par exemple un contact manuel de l'expérimentateur, doit être proscrit.

Le liquide de trempe est maintenu à une température déterminée θ_L . Toutes les trempes ont été effectuées dans de l'eau distillée pour éviter que la présence d'un soluté, même à très faible concentration, ne modifie de façon sensible la loi de refroidissement.

Exploitation des résultats

On détermine expérimentalement les variations de la température θ_c au centre de l'éprouvette car le refroidissement de ce point particulier rend compte de la valeur moyenne instantanée du coefficient de transfert de la chaleur sur l'ensemble de la surface. On est ainsi libéré du risque de mesurer une température qui ne serait représentative que du refroidissement particulier de la petite partie de la surface qui est la plus voisine du point de mesure. D'autre part, même si le métal est bon conducteur de la chaleur, on ne peut négliger le gradient de température dans l'éprouvette et moins encore, ses fluctuations dans le temps.

Ces considérations justifient la mise en oeuvre d'une méthode de calcul qui permettrait de déterminer, à partir de θ_C , la température superficielle de l'éprouvette pendant tout son refroidissement sauf, bien entendu, pendant le très bref instant du contact initial [4].

II. MÉTHODE DE CALCUL

La conduction de la chaleur au cours du refroidissement peut se ramener souvent au cas d'un écoulement unidirectionnel :

$$\alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial_x^2} = \frac{d\theta}{dt}$$
(1)
avec $\alpha = \frac{\lambda}{c\rho}$.

La résolution de cette équation différentielle donne les variations de la température en fonction de la position dans l'espace, x, et du temps, t.

Compte tenu des conditions aux limites propres au problème de la trempe (coefficient de passage h à la surface et gradient de température nul au centre), il n'existe pas de solution analytique satisfaisante qui fournisse une répartition spatiotemporelle de la température. Nous devons donc utiliser des méthodes numériques de résolution de l'équation de la chaleur.

Ces méthodes postulent la convergence des solutions approchées de l'équation différentielle vers sa solution vraie lorsque le pas d'itération H atteint une valeur optimale. Il faut aussi s'assurer de la stabilité du calcul lorsque l'on augmente le nombre d'itérations. La difficulté d'application d'une telle méthode provient de la nécessité de répéter de façon séparée les opérations relatives à l'une et à l'autre des deux variables x et t. Il est donc préférable de lier ces

deux variables afin de se ramener à un problème à une seule variable.

La méthode graphique dite de Binder [5] et Schmidt [6] que Jacques [7] a appliquée au cas de la trempe d'éprouvettes de forme géométrique simple a été choisie pour sa facilité d'adaptation au calcul numérique automatique.

Méthode aux différences finies

Rappelons très brièvement le principe de cette méthode classique.

Dans la relation (1), les accroissements infiniment petits dx et dt sont remplacés par des accroissements finis Δx et Δt . L'axe des espaces est divisé en N intervalles égaux Δx , l'axe des temps en M intervalles égaux Δt . $\theta(K, L)$ représente la température au temps $t_K = K \Delta t$ du point d'abscisse $x_L = L\Delta x$.

Nous avons:

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_{K,L} = \frac{\theta(K+1,L) - \theta(K,L)}{\Delta t}$$

et

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \theta}{\partial_x^2} \end{pmatrix}_{K, L} = \frac{\theta(K, L+1) - 2\theta(K, L) + \theta(K, L-1)}{\Delta x^2}.$$

L'équation de la chaleur s'écrit :

$$\theta(K + 1, L) - \theta(K, L) = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \\ \times \left[\theta(K, L + 1) + 2\theta(K, L) + \theta(K, L - 1)\right].$$

Pour assurer la convergence et la stabilité du calcul, nous convenons d'imposer aux intervalles Δx et Δt une condition qui simplifie l'expressions de la température

$$\frac{\lambda}{c\rho}\frac{\Delta t}{\Delta x^2} = \frac{1}{2}.$$
 (2)

Nous avons:

$$\theta(K+1,L) = \frac{\theta(K,L+1) - \theta(K,L-1)}{2}.$$
 (3)

Cette expression montre que la température au point d'indice L et au temps d'indice K + 1est la moyenne arithmétique des températures aux points situés de part et d'autre du point considéré à l'instant K immédiatement antérieur.

Cas du cylindre

Il suffit, dans le cas d'une géométrie cylindrique d'un changement de variable pour obtenir la relation équivalente à (3). L'équation de la chaleur s'écrit alors:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)$$

Cette relation simplifiée néglige le flux de chaleur axial. Soit

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{\partial \left(\frac{\partial \theta}{\partial r}\right)}{\frac{\partial r}{r}}$$

Posons

$$\frac{\partial r}{r} = \partial \eta$$

Nous avons

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}.$$

Cette expression est équivalente à celle qui a été établie dans le cas des coordonnées cartésiennes, mais les intervalles $\Delta \eta$ qui partagent l'espace ne sont plus égaux.

On découpe le rayon R du cylindre en Ntranches d'épaisseur $\Delta R = (R/N) \cdot R_L$ est l'abscisse du milieu de chaque tranche, mesurée à partir du centre soit, en considérant le centre du cylindre comme tranche n° 1:

$$R_L = \frac{R}{N}(L - \frac{1}{2}).$$

A chaque tranche réelle L correspond, après le changement de variable, une tranche dans l'espace transformé dont l'épaisseur e est liée à la position de la tranche considérée par la et $\theta(K, L + 1)$, nous pouvons écrire: relation

$$\Delta \eta_L = \frac{e/N}{R_L}$$

où

$$\Delta \eta_L = \frac{1}{L - \frac{1}{2}}.$$

Conditions aux limites

(a) Condition de surface. L'éprouvette, dont la température uniforme est θ_o , est brusquement plongée dans un fluide à la température θ_L . De part et d'autre de la surface, on applique le principe de conservation du flux de chaleur:

$$\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_{S} = -h\left(\theta_{S} - \theta_{L}\right)$$

Traduite en coordonnées cylindriques, cette relation s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = -\frac{\theta_{\rm s} - \theta_{\rm L}}{\lambda/hR}.$$
 (4)

Dans l'espace transformé, tout se passe comme si l'echantillon presentait, sur sa face exterieure, une surépaisseur de valeur λ/hR d'un matériau fictif de même conductivité thermique que le métal, mais de chaleur spécifique nulle puisque sa surface extérieure est à la température θ_L du liquide.

(b) Condition au centre. Comme le gradient radial de température est nul sur l'axe du cylindre, la température de la tranche qui jouxte le centre doit être prise égale à celle du centre [7].

Il est alors possible de calculer, par intégration, h et la répartition de la température à partir de la courbe $\theta_C = f(t)$ déterminée expérimentalement.

Lois de récurrence

La tranche de rang L a une épaisseur $\Delta \eta_L = \frac{1}{L - \frac{1}{2}}$. Compte tenu de la relation (3) qui lie les températures $\theta(K + 1, L), \theta(K, L - 1)$

$$\theta(K + 1, L) - \theta(K, L + 1) = \frac{L - \frac{1}{2}}{2L} \times [\theta(K, L - 1) - \theta(K, L + 1)].$$

Le calcul de la courbe de répartition de la température s'effectue en partant du centre et en déterminant pas à pas la température des différentes tranches, jusqu'à la surface. La loi de récurrence, qui permet de calculer la température sur la tranche L + 1 à partir de la température des tranches L et L - 1, s'écrit alors, toutes simplifications faites:

$$\theta(K, L + 1) = \frac{2L[\theta(K + 1, L)] - (L - \frac{1}{2})\theta(K, L - 1)}{L + \frac{1}{2}}.$$
 (5)

La relation (4) nous permet de déterminer hau temps K. Il suffit pour cela de connaître les températures sur les tranches N et N + 1

$$h(K) = \frac{\lambda}{R} (N + \frac{1}{2}) \times \frac{\theta(K, N) - \theta(K + 1, N + 1)}{\theta(K, N) - \theta_L}.$$
 (6)

Organisation du calcul

L'initialisation du calcul implique la connaissance de la température dans les N premiers intervalles de temps. Ces températures sont toutes prises égales à θ_0 .

Les itérations sont effectuées selon le modèle qui suit, valable pour un calcul à 6 tranches :

soit la condition de symétrie au centre $\theta(K, 1) = \theta(K, 2) \forall K$

à l'itération d'indice K, on calcule $\theta(K, 3)$ puis $\theta(K - 1, 4)$, $\theta(K - 2, 5)$, $\theta(K - 3, 6)$ et $\theta(K - 4, 7)$, ce qui donne h au temps $(K - 5)\Delta t$. Puis on calcule, à l'itération d'ordre K + 1, la température des mêmes tranches en faisant augmenter K de 1. Cela permet de calculer h au temps $[(K - 5) + 1]\Delta t$. Le calcul se poursuit en partant de la température $\theta(K, 1)$ à tous les temps $K \cdot \Delta t$ où K varie de N à une valeur M qui définit le nombre total d'itérations effectuées sur la variable temps. M est calculé à partir de Δt et de la durée totale du refroidissement.

La tranche de rang L = 1 ne participe pas au refroidissement calculé de l'éprouvette. Il est donc nécessaire d'ajouter dans l'expression de l'intervalle de temps Δt , une tranche entre chaque itération. Cette correction tient d'ailleurs compte de la réalité physique car le gradient de température n'est pas nul dans la tranche qui jouxte le centre.

L'intervalle de temps pour passer d'un profil de température à un autre se calcule alors par la relation :

$$\Delta t = \frac{c\rho}{2\lambda} \left(\frac{R}{N+1}\right)^2.$$

Le calcul de la répartition de la température permet la détermination de :

-la vitesse de refroidissement du centre de l'éprouvette à chaque itération

$$\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)_{K} = \frac{\theta(K,1) - \theta(K+1,1)}{\Delta t} \tag{7}$$

-la densité de flux de chaleur

$$(\varphi/S)_{K} = \frac{\rho V c}{S} \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)_{K}.$$
 (8)

Nous disposons ainsi, avec toute la précision désirée, de toutes les grandeurs thermiques qui définissent le refroidissement par trempe d'une éprouvette cylindrique.

Il est possible d'effectuer le calcul de façon différente; à partir des variations du coefficient h de transfert de la chaleur, on détermine les variations du profil de température et, en particulier, la loi de refroidissement du centre de l'éprouvette.

Calcul automatique

Il suppose qu'à chaque intervalle de temps d'indice K, la valeur de la température au centre soit connue. Or, si on prend l'exemple d'un

cylindre de 16 mm de diamètre trempé dans l'eau bouillante, le calcul effectué sur 6 tranches implique un accroissement du temps Δt de 0,058 s. Pour représenter 60 sec de refroidissement, il faut effectuer plus de 1000 itérations sur le temps alors que la courbe expérimentale permet le relevé précis d'une valeur toutes les secondes. A partir des 60 valeurs expérimentales, on doit pouvoir seulement déterminer par interpolation les 1000 valeurs nécessaires au calcul.

Nous avons choisi la méthode de l'approximation par les moindres carrés qui se justifie quand on considére la propriété suivante: si les valeurs mesurées f(x) sont obtenues avec une erreur ϵ dont la répartition aléatoire obéit à une loi de Gauss, l'approximation la plus vraisemblable correspond à $\Sigma \epsilon^2$ minimal. Pour pouvoir développer chaque calcul pendant une durée suffisante, nous avons été contraints, compte tenu de la capacité mémoire de la machine, de faire effectuer le programme plusieurs fois et de manière automatique en opérant un transfert d'indice.

Dans le cas d'un refroidissement lent et de longue durée suivi d'un refroidissement bref et rapide, nous considérons deux étapes distinctes du refroidissement et traitons séparément et successivement chacune d'elles parce que l'ensemble ne peut pas être représenté par un seul pôlynome.

Résultats

Variations de h. La Fig. 2 montre les variations du coefficient de transfert de la chaleur en fonction du temps lors du refroidissement d'un cylindre de 16 mm de diamètre par trempe dans l'eau prise soit à 20 soit à 60°C soit encore à sa température d'ébullition. On voit qu'en régime de caléfaction h vaut $6,3 \cdot 10^{-3}$ cal. cm⁻² . s⁻¹. °C⁻¹ pour l'eau prise à 100°C et 9,6 · 10⁻³ cal. cm⁻² . s⁻¹. °C pour l'eau prise à 60°C Pendant l'ébullition nucléée, h varie rapidement pour atteindre, dans l'eau prise soit à 20, soit à 60, soit à 100°C les valeurs maximales respectives de 224 · 10⁻³, 142 · 10⁻³ et 156 · 10⁻³ cal.



FIG. 2. Variations en fonction du temps du coefficient h de transfert de la chaleur dans le cas de la trempe dans l'eau à 20, 60 et 100°C.

 $cm^{-2} \cdot s^{-1} \cdot {}^{\circ}C^{-1}$. Les valeurs déterminées par une autre méthode [8] confirment bien ces résultats.

La température de l'eau a une influence complexe sur la valeur maximale de h que deux effets concourrent à uniformiser :

—l'élévation de la température de l'eau au voisinage de l'éprouvette, qui n'existe pas pour l'eau à 100°C.

—la chaleur latente de vaporisation très élevée qui l'emporte nettement sur la chaleur sensible. La comparaison des courbes de variations de h montre que, lors de la trempe dans l'eau à 60°C. le pic est beaucoup plus large que dans l'eau à 20 ou à 100°C. Sa hauteur est, en outre, anormalement faible. Ce fait, d'apparence paradoxale, sera expliqué au paragraphe III.2.2.3.

Cependant, l'observation directe de l'éprouvette montre que le refroidissement n'est pas uniforme sur toute sa surface car le régime de transition qui sépare l'ébullition de la caléfaction se déplace lentement le long du cylindre. Il en



FIG. 3. Variations en fonction du temps de la vitesse de refroidissement mesurée du centre de l'éprouvette et de l'écart $\Delta\theta$ entre centre et surface.

résulte une anisothermie de la surface particulièrement visible dans le cas de le trempe à l'eau prise à 60° C.

Une éprouvette dont la surface resterait parfaitement isotherme conduirait à un pic très pointu.

Variation de $\Delta \theta$. Sur la Fig. 3 sont représentées en fonction du temps d'une part les variations de l'écart de température $\Delta \theta$ entre le centre et la surface et, d'autre part, celles de la vitesse de refroidissement $d\theta/dt$ du centre d'une éprouvette de 16 mm de diamètre, lors de la trempe depuis $\theta_0 = 800^{\circ}$ C dans l'eau à 20°C et dans l'eau à 60°C. Ces courbes sont calculées à partir des courbes expérimentales $\theta_C = f(t)$. Elles montrent en particulier que $\Delta \theta$ et $d\theta/dt$ suivent des lois de variations d'autant plus voisines que le refroidissement est plus lent. On le vérifie de facon encore plus immédiate sur les courbes $\Delta \theta f(d\theta/dt)$ de la Fig. 4, tracées à partir des courbes de la Fig. 3. On obtient des droites assez voisines l'une de l'autre pour qu'on puisse écrire :

$$\Delta \theta = K \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{9}$$



FIG. 4. Relation entre l'écart de température et la vitesse de refroidissement.

où K est une constante voisine de 1 dans le cas d'un cylindre de 16 mm de diamètre.

Cette relation déjà mise en évidence quand la vitesse de refroidissement est faible et constante [8] peut s'appliquer, avec une précision satisfaisante, au cas des refroidissements plus rapides [9]. L'extension de la relation (9) des vitesses faibles aux vitesses élevées est donc justifiée.

La transition caléfaction-ébullition nucléée. L'accélération du refroidissement qu'entraîne le passage du régime de caléfaction au régime d'ébullition nucléée produit une augmentation brutale du gradient de température dans l'éprouvette. C'est à cet instant que, par suite des variations rapides des champs de température, la mesure des grandeurs thermocinétiques devient très délicate.

La Fig. 5 représente les variations de hpendant la transition et le début de l'ébullition nucléée pour une trempe dans l'eau bouillante effectuée depuis $\theta_0 = 244^{\circ}$ C. En à peu près 3.5 s, h passe de 6.3. 10^{-3} à 156. 10^{-3} cal. cm⁻². s⁻¹. °C⁻¹, de manière quasi linéaire.

On note également une brusque variation de l'écart de température $\Delta\theta$ entre le centre et la surface de la pièce: il passe de 2 à 26°C en moins de 3,5 s. Ce choc thermique créé dans le métal des contraintes dues aux différences de dilatation. Or, nous avons montré que $\Delta\theta$ et $d\theta/dt$ suivent la même loi de variations. Le choc thermique dû à la transition peut donc se caractériser par $\partial \Delta \theta / \partial t$ ou mieux par $\partial^2 \theta / \partial t^2$ dont la détermination expérimentale directe est possible.

Du point de vue pratique, il n'est évidemment intéressant d'accélérer le refroidissement d'une pièce métallique qu'à la condition que $\partial^2 \theta / \partial t^2$ soit minimal.

III. DISCUSSION DES RÉSULTATS

Disposant d'une méthode de détermination des grandeurs qui caractérisent le refroidissement, nous l'avons appliquée à l'étude du cas de trempes effectuées dans différentes conditions expérimentales, afin de généraliser nos résultats



FIG. 5. Variations du coefficient h pendant la transition et le début de l'ébullition nucléée.

et de les comparer à ceux qui ont été obtenus en régime permanent. En effet, de nombreux auteurs ont étudié la vaporisation d'un liquide au contact d'une surface supposée isotherme. Ils ont tracé des courbes log $\varphi/S = f(\log \theta)$ $\theta_s - \theta_L$, dites "courbes de Nukiyama", sur lesquelles les valeurs des deux points critiques $(\varphi/S, \theta_S)_{max}$ et $(\varphi/S, \theta_S)_{min}$ subissent d'assez fortes fluctuations que l'on doit attribuer à des conditions expérimentales pas toujours identiques. De plus, la comparaison des valeurs des coordonnées des points critiques déterminées en régime permanent à celles qui résultent d'expériences de trempe fait apparaître des différences importantes que nous nous proposons d'étudier.

III.1 Comparaison des grandeurs caractéristiques de la vaporisation déterminées en régime permanent et par trempe

Tableau 1 ci-dessous montre que les valeurs de la différence de température $(\theta_s - \theta_L)$ et du flux transmis sont très différentes en régime permanent et en régime de trempe. Cependant la méthode du contact brusque donne une valeur de $(\theta_s - \theta_L)_{max}$ un peu plus proche de celle du régime permanent que la méthode de la loi de refroidissement. Les données du régime permanent sont celles que différents auteurs ont publiées [1-3]. Celles du régime de trempe ont été déterminées par nos soins soit par la méthode décrite ci-dessus soit par la méthode dite "du contact brusque" [10] qui consiste à

		$(\theta_{S} - \theta_{I})_{max}$ (°C)	$\left(\frac{\phi}{S}\right)_{\max}$ (cgs)	$(\theta_{S}-\theta_{L})_{min}$ (°C)	$\left(\frac{\phi}{S}\right)_{\min}$ (cgs)
Régime permanent		25	33	130	0,95
Trempe	Instant initial Contact brusque	80	—	-	_
	Loi de refroidissement	100	12	142	1,1

Tableau 1

immerger brusquement l'éprouvette dans le liquide en mesurant l'écart $(\theta_C - \theta_S)$ de température entre son centre et le voisinage de sa surface. La courbe $(\theta_C - \theta_S) = f(t)$ permet de mettre en évidence l'existence d'un régime de caléfaction même s'il est très bref.

On détermine la température superficielle critique au delà de laquelle apparaît le film de caléfaction en la calculant à l'aide de la relation du contact brusque entre deux milieux semifinis [10]. Dans le cas de l'eau bouillante, elle atteint 180°C, ce qui donne $\theta_s - \theta_L = 80$ °C.

Notons à ce propos que la température critique de fin de caléfaction mesurée pendant la trempe est toujours supérieure à celle que l'on détermine en régime permanent ou au contact brusque. En outre, elle varie avec les dimensions de l'éprouvette et la conductivité thermique du métal. C'est pourquoi on est généralement amené à considérer que les grandeurs thermocinétiques caractéristiques de la trempe ne sont pas directement applicables au cas du régime permanent.

III.2. Particularités de la trempe

En régime permanent, le passage d'un mode de vaporisation à l'autre se fait de façon brutale sur l'ensemble de la surface d'échange. La courbe $\theta = f(t)$ représentée sur la Fig. 5 présente un arrondi qui témoigne que la transition de trempe se manifeste, en pratique, de façon beaucoup plus progressive. L'effet d'amortissement dû au chemin thermique qui sépare la surface du point de mesure ne suffit pas à expliquer les 3,5 s que dure cette transition.

L'observation directe de ce phénomène montre qu'en fait il ne se déroule pas de façon simultanée sur toute la surface mais que, par exemple, dans le cas d'une éprouvette cylindrique, il apparaît le long de l'arête inférieure, puis remonte lentement. (Fig. 6). L'ébullition n'existe, à un instant donné, que sur une fraction de surface relativement limitée. Le refroidissement du centre de l'éprouvette est donc assuré par la juxtaposition de la caléfaction et de l'ébullition, ce qui a pour effet de faire remonter la température apparente de transition et, de diminuer le flux maximal apparent.

On voit que dès que la transition apparaît en un point quelconque de l'éprouvette la courbe de type Nukiyama, qui correspond à un seul mode de vaporisation, ne présente plus aucune signification physique puisque le tracé de cette courbe postule deux modes de vaporisation très nettement séparés.

Ce qui distingue fondamentalement le refroidissement en régime permanent du refroidissement de trempe est l'état d'anisothermie superficielle dans lequel se trouve l'échantillon de métal à chaque instant de son refroidissement.

III.2.1. Validité des calculs appliqués au cas de la trempe. L'hypothèse de base du calcul est que l'ensemble de la surface cylindrique se trouve à chaque instant à une température uniforme, ce qui implique l'absence de tout gradient axial de température et permet d'utiliser l'équation (1). Or, la loi de refroidissement déterminée pour le centre du cylindre correspond exactement à un écoulement unidirectionnel si la surface de l'éprouvette est à une température uniforme condition qui, n'est pas réalisée en régime de trempe.

Le calcul à l'aide de l'équation (1) permet de définir un échange idéal analogue à celui qui intervient en régime permanent. Les écarts entre cet échange et les échanges réels nous permettront de caractériser qualitativement et même quantitativement l'anisothermie superficielle qui, manifeste au cours de la transition, est déjà réelle pendant la caléfaction. L'emploi de cette méthode indirecte est justifié par la difficulté de la mesure de la température d'une surface qui se refroidit très rapidement.

III.2.2. Facteurs déterminants de l'anisothermie. Tout facteur qui modifie le gradient axial aura une influence sur l'anisothermie en intervenant sur le mécanisme de la conduction de la chaleur dans l'éprouvette. Cela nous amène à étudier l'influence de λ et du chemin



FIG. 6. Photographie de l'éprouvette au moment de la transition.

thermique lié au rayon R, puis le flux de chaleur qui dépend du liquide et de sa température θ_{L} .

III.2.2.1. Influence de λ . Nous avons comparé le nickel et l'aluminium qui, parmi les métaux courants, sont ceux dont les conductivités thermiques sont les plus différentes puisqu'elles valent 0,13 cal/cm. °C. s pour le nickel et 0,44 cal/cm. °C. s pour l'aluminium. Leurs capacités calorifiques volumiques sont très différentes surtout par suite de leur différence de densité. Pour comparer de façon immédiate les courbes de refroidissement $\theta_c =$ f(t) données par ces deux métaux nous introduisons une compensation sur les valeurs de la variable temps de façon à tenir compte de la différence de capacité calorifique des deux éprouvettes: le coefficient de correction est égal à S/mc. Notons qu'ainsi nous éliminons pratiquement l'influence du rapport S/v pour des éprouvettes homothétiques.



FIG. 7. Courbes de refroidissement température-temps compensé d'éprouvettes cylindriques de 30 mm de diamètre et 90 mm de hauteur, en nickel et en aluminium, trempées depuis 550°C dans l'eau bouillante.

La Fig. 7 représente les courbes compensées du refroidissement au centre d'éprouvettes cylindriques en Ni et en Al, de 30 mm de diamètre et 90 mm de hauteur, trempées depuis 550° C dans de l'eau à 60° C. On voit immédiatement que les deux courbes sont pratiquement confondues dans le domaine de la caléfaction.

La meilleure isothermie de l'éprouvette d'aluminium se traduit, sur la courbe, par la plus nette séparation des domaines d'existence chacun des deux modes de vaporisation. De même, la transition se produit à une température plus basse et la vitesse maximale de refroidissement compensée est plus grande.



FIG. 8. Courbes de variations de la densité de flux de chaleur en fonction de l'écart $\theta_s - \theta_L$ pour les mêmes éprouvettes que sur la Fig. 7.

L'explication de ces faits est évidente: sur une surface anisotherme, l'ébullition n'occupe qu'une fraction limitée et le refroidissement du centre résulte à la fois de la caléfaction, de l'ébullition nucléée et de la convection (Fig. 6). Le calcul des variations de φ/S en fonction de l'écart ($\theta_S - \theta_L$) (Fig. 8) permet de montrer que l'anisothermie plus grande dans le cas du nickel se traduit par une diminution de (φ/S)_{max} une augmentation de (φ/S)_{min} et un accroissement de l'écart ($\theta_S - \theta_L$) qui correspond à la transition.

Comme cela semble évident à priori, on se rapproche d'autant plus de l'uniformité de température superficielle que l'on choisit des métaux meilleurs conducteurs de la chaleur. C'est bien le cas du tore en cuivre de Bergles et Thomson [2].

III.2.2.2. Dimensions de l'éprouvette. Comparons les courbes de refroidissement en temps compensé d'éprouvettes homothétiques de 10, 20 et 30 mm de diamètre. Les variations de masse et de surface n'intervenant plus, l'anisothermie est seule responsable des différences observées entre les 3 courbes (Fig. 9).



FIG. 9. Courbes température-temps compensé d'éprouvettes homothétiques en nickel de 10, 20 et 30 mm de diamètre trempées depuis 850°C dans l'eau bouillante.

Le refroidissement subi par le thermocouple dans chacune de ces éprouvettes résulte du passage de la chaleur à travers une fraction de la surface d'autant plus grande que le rayon de l'éprouvette est plus grand.

Or, du fait de l'anisothermie, l'ébullition est un phénomène localisé qui ne sera détecté qu'au moment où il traverse la zone de la surface la plus proche du thermocouple. Dans cette zone existent, à côte d'elle, la caléfaction et le début de la convection. Pour les gros cylindres, le couple thermoélectrique détecte une ébullition de flux maximal apparemment plus faible car il ne résulte jamais d'une ébullition pure (Fig. 10). Pour la même raison, $(\varphi/S)_{\min}$ augmente avec le rayon.

Le refroidissement du centre de l'éprouvette est assuré par un seul mode de vaporisation quand l'élément de surface auquel le thermocouple est le plus sensible a des dimensions du même ordre de grandeur que celui qu'occupe l'ébullition nucléée.

Une grosse éprouvette, (par exemple de 30 mm



FIG. 10. Variations de la densité du flux de chaleur en fonction de θ_s - θ_L dans les mêmes conditions que celles de la Fig. 8.

de diamètre), ne présente pas une surface moins isotherme qu'une petite. C'est le fait que l'on mesure la température au centre de l'éprouvette qui permet de mieux déceler une anisothermie car le couple prend en compte une plus grande partie de la surface. En contrepartie, une éprouvette plus petite permet de mieux étudier les modes de vaporisation en les séparant les uns des autres.

III.2.2.3. Température de l'eau. Rappelons

que l'élévation de température de l'eau allonge le domaine d'existence de la caléfaction. Corrélativement, la température de transition diminue et, quand l'eau est prise à 100°C, l'ébullition nucléée couvre un domaine de 80°C seulement. Cependant, la durée de la transition, c'est à dire le temps pendant lequel ébullition et caléfaction coexistent sur la surface de l'éprouvette (Fig. 6) ne varie pas de façon monotone



FIG. 11. Variations, en fonction de la température de l'eau, de la durée de la transition pendant le refroidissement par trempe d'une éprouvette cylindrique en nickel de 30 mm de diamètre et 90 mm de hauteur.

avec la température de l'eau. La Fig. 11 montre qu'à 60°C, cette durée atteint sa valeur maximale. En effet :

-quand $\theta_L < 60^{\circ}$ C, c'est la faible durée de la caléfaction qui limite Δt , durée de la transition. -quand $\theta_L > 60^{\circ}$ C, le coefficient *h* de passage de la chaleur par caléfaction diminue quand θ_L augmente, ce qui permet à la conduction d'uniformiser θ_s et limite l'anisothermie au moment de la transition.

Ce sont donc les refroidissements lents qui permettent de réaliser la meilleure isothermie. Cela ajoute à l'intérêt que présente l'étude de la vaporisation dans le cas de la trempe dans l'eau bouillante.

III.2.2.4. Comparaison entre le régime permanent et le régime de trempe. La Fig. 12 permet de comparer les résultats obtenus par Bergles et Thomson [2] en régime permanent et nos propres résultats calculés à partir des courbes de refroidissement par trempe dans l'eau bouillante de l'éprouvette la plus isotherme parmi celles que nous avons étudiées. Il s'agit d'un cylindre de 30 mm de diamètre en aluminium que nous comparons à une éprouvette beaucoup moins isotherme en nickel. Il apparaît que la courbe qui caractérise l'éprouvette d'aluminium est proche de la courbe tracée en régime permanent. L'anisothermie du cylindre en nickel se traduit par une déformation de la courbe qui fait apparaître d'une part une



FIG. 12. Variations, en fonction de l'écart $\theta_s - \theta_L$ entre la température de paroi et la température du liquide, de la densité du flux de chaleur en régime permanent et en régime de trempe pour des éprouvettes en aluminium et en nickel dans l'eau bouillante.

remontée des températures critiques et de $(\varphi/S)_{\min}$, d'autre part une diminution de $(\varphi/S)_{\max}$. L'élargissement du pic d'ébullition met bien en évidence la coexistence de l'ébullition nucléée et de la caléfaction. Les grandeurs caractéristiques de la vaporisation en régime de trempe sont d'autant plus voisines de celles du régime permanent que l'anisothermie est plus faible. C'est donc l'anisothermie de la surface de transfert de la chaleur qui est la cause essentielle de la différence fondamentale entre la vaporisation en régime permanent et la vaporisation en régime variable.

CONCLUSIONS

Nous montrons dans ce travail l'intérêt présenté par la méthode aux différences finies d'intégration de l'équation de la conduction de la chaleur pour déterminer les grandeurs qui caractérisent le transfert de chaleur au cours de la trempe dans l'eau. Elle présente l'avantage d'être d'emploi très souple et très rapide en calcul numérique automatique. Cependant, si le calcul suppose un écoulement unidirectionnel de la chaleur, la réalité est assez différente puisque nous avons montré que l'anisothermie superficielle caractéristique de la trempe d'un cylindre implique l'existence, dans la masse du métal de gradients de température dans les directions parallèles et perpendiculaires à l'axe de révolution. Dans l'hypothèse de l'uniformité de la température superficielle, les grandeurs caractéristiques de la vaporisation devraient être indépendantes de paramètres tels que le diamètre de l'éprouvette et la conductivité du métal. L'hypothèse de l'isothermie, qui permet de simplifier les calculs, introduit donc d'importants écarts entre un échange idéal analogue à celui du régime permanent et l'échange réel. Ces écarts mettent en évidence la réalité de l'anisothermie et permettent même de la définir quantitativement.

La non uniformité de la température a pour conséquence de compliquer l'interprétation des résultats des expériences de trempe car elle est liée aux conditions expérimentales. Pour comparer les données de trempe aux données du régime permanent, on doit alors se placer dans les conditions de la meilleure isothermie : éprouvette de forme compacte et analytiquement simple, taillée dans un métal de bonne conductivité thermique.

Dans ces conditions nous avons montré, en comparant les données de trempe à celles du régime permanent, que la différence essentielle entre ces deux processus réside précisément dans l'anisothermie de la surface d'échange.

BIBLIOGRAPHIE

- 1. W. S. BRADFIELD, On the effect of subcooling on wall superheat in pool boiling. *J. Heat Transfer* 269–270 (1967).
- 2. A. E. BERGLES and W. G. THOMSON, JR., The relationship of quench data to steady-state pool boiling data. *Int. J. Heat Mass Transfer* **13**, 55–68 (1970).
- 3. C. BEURTHERET, C.R. Ac. Sc. 259 (20 Juillet 1964).
- G. BECK, Contribution à l'étude du régime initial de trempe. Revue Générale de Thermique. Vol. X. 'N° 109 (janv. 1971).
- 5. L. BINDER, Dissertation München (1911).
- 6. E. SCHMIDT, Forsch. Gebiete Ingenieurw 13, 177-184 (1942).
- 7. J. M. JACQUES. Diplôme d'Etudes Supérieures. Nancy (1968).
- 8. G. BECK, Thèses Nancy (1968).
- 9. J. C. CHEVRIER, Thèse de Spécialité, Nancy (1970).
- G. BECK, Régime de refroidissement initial d'une éprouvette métallique trempée dans un liquide non vaporisable. C.R. Ac. Sc. 265 B 713 (1967).

COMPUTIZED QUENCH DATA RELATIONSHIP WITH STEADY-STATE

Abstract—We use a finite difference method for integrating the heat transfer equation whose parameters are obtained by water quench of a sample. This method assumes a uniformly distributed temperature of the surface, introducing discrepancies which reveal the anisothermal character of the surface. We study the controlling parameters and show how the weaker the "anisothermy" is, the better quench data fit the steady-state.

PROGRAMMIERTE ABSCHRECKDATEN, BEZIEHUNG MIT DEM STATIONÄREN ZUSTAND

Zusammenfassung—Wir verwenden eine endliche Differenzenmethode, um die Wärmeübergangsgleichung zu integrieren, deren Parameter man bei der Kühlung einer Probe mit Wasser erhält. Diese Methode

setzt eine gleichmässige Temperaturverteilung an der Oberfläche voraus, wobei Abweichungen eingeführt werden, die den nichtisothermen Charakter der Oberfläche aufzeigen. Wir untersuchen die massgebenden Parameter und zeigen, dass die Abschreckdaten den stationären Zustand um so besser erfüllen, je schwächer die "Nichtisothermie" ist.

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ДАННЫМИ ПО ОХЛАЖДЕНИЮ В СТАЦИОНАРНОМ СОСТОЯНИИ, ПОЛУЧЕННЫМИ НА СЧЁТНОЙ МАШИНЕ

Аннотация—Используется метод конечных разностей для интегрирования уравнения переноса тепла, параметры которого получены при охлаждении образца водой. При использовании данного метода предполагается, что температура поверхности постоянна. Это приводит к несоответствиям, указывающим на неизотермический характер поверхности. Мы исследуем контрольные параметры и показываем, что чем слабее «неизотермия», тем лучше данные по охлаждению соответствуют стационарному состоянию.